www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

PREMIERE EPREUVE DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

GEOMETRIE

DUREE : 3 HEURES. - COEFFICIENT : 4

La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constitueront un élément important pour l'appréciation des copies. L'usage des instruments de calcul est autorisé.

I - GEOMETRIE PLANE.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Pour tout point A du plan, on note C et D les projections orthogonales de A sur les axes $(O,\vec{i})$ et $(O,\vec{j})$, B le point de (CD) tel que $\overrightarrow{CB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$. On désigne par φ l'application qui à tout point A associe B.

a) Montrer que φ est une bijection affine.

b) Calculer les coordonnées de B en fonction de celles de A.

c) Soit E le milieu du segment OC. Montrer que les points A,B et E sont alignés.

En déduire une construction géométrique de B. Placer les différents éléments précédents sur une figure.

2. On suppose que A parcourt une courbe (Γ) d'équation $y=f(x)$, où f est de classe C^1 sur $]0,+\infty[$.

a) Déterminer f pour que la tangente en A à (Γ) passe par le point B.

Quelle est alors la nature de (Γ)?

b) Quelle est alors la courbe (C) décrite par B ?

En utilisant φ, déterminer le point d'intersection F de la tangente en B à (C) avec l'axe $(O,\vec{i})$.

c) Déterminer l'affinité orthogonale d'axe $(O,\vec{i})$ transformant (Γ) en (C).

II - GEOMETRIE DANS L'ESPACE.

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les courbes (C_1) et (C_2) définies par les représentations paramétriques

$$\overrightarrow{OP}(t)\begin{cases}x=3t^2\\y=4t\\z=0\end{cases}\qquad \overrightarrow{OQ}(t)\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=\frac{9}{2}t^3\end{cases}$$

où t parcourt $\mathbb{R}$.

1. Prouver que les tangentes à (C_1) et (C_2) aux points P(t) et Q(t) se coupent en un point de $(O,\vec{j})$ que l'on déterminera.

2. On considère le point I de PQ tel que $\overrightarrow{QI}=3\overrightarrow{QP}$.

a) Montrer que la courbe (Γ_1) décrite par I admet (PQ) pour tangente au point I.

b) Déterminer le vecteur unitaire $\vec{t}=\frac{d\overrightarrow{OI}}{ds}$ de cette tangente, et calculer $\vec{t}.\vec{u}$, où $\vec{u}=\vec{j}-\vec{k}$.

En déduire que (Γ_1) est une hélice dont on précisera la direction et l'angle.

3) On considère la surface réglée (S_1) engendrée par la droite (PQ) quand $t\in\mathbb{R}^*$ et la surface (S) paramétrée $\begin{cases}x=3t^2+3\lambda t\\y=4t+\lambda\\z=-\frac{9}{2}\lambda t^2\end{cases}$ $(t,\lambda)\in\mathbb{R}^2$.

a) Montrer que (S) est la réunion de (S_1) et d'une droite (D) que l'on précisera.

b) Montrer que le plan tangent à (S) en un point M d'une génératrice (PQ) est indépendant de la position de M sur cette génératrice sauf en un point singulier.

4) On considère le point J de (PQ) défini par $\lambda=\varphi(t)$ où φ est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$. Montrer que l'on peut déterminer φ pour que la courbe décrite par J ait une tangente en J orthogonale à (PQ). Montrer que cette courbe est située dans un plan orthogonal à la direction de l'hélice (Γ_1).

5) Quand t varie de 0 à 1 le segment PQ engendre une partie de (S). Calculer son aire.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail